

MATRIZ DE AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA – PISA 2012

A matemática é elemento fundamental na preparação dos jovens para a vida moderna, e permite que eles enfrentem desafios na sua vida profissional, social e científica. Espera-se que os jovens desenvolvam capacidade de raciocínio matemático, utilizem ferramentas e conceitos matemáticos; possam descrever, explicar e prever fenômenos. O constructo de letramento matemático do PISA enfatiza a necessidade de utilização da matemática numa situação contextualizada, e é importante que a experiência em sala de aula seja suficientemente rica para que isso seja possível. No caso da avaliação é importante que o conteúdo e a linguagem estejam adaptados para o estudante de 15 anos de idade¹. Considerando esses aspectos, o letramento matemático no PISA 2012 possui a seguinte definição:

Letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias.

O PISA considera fundamental que os alunos sejam ativos na resolução de problemas, e para isso deverão dominar os processos de *Formular*, *Empregar* e *Interpretar*. **Formular** envolve a capacidade de identificar oportunidades de utilização de matemática. Ver que a matemática pode ser aplicada na compreensão e resolução de problemas. Providenciar estrutura matemática, representação, variáveis e fazer suposições sobre como resolver o problema. **Empregar** envolve aplicar razão e utilizar conceitos matemáticos. Analisar a informação em um modelo matemático através do desenvolvimento de cálculos, procedimentos, equações, modelos. Desenvolver descrições matemática e utilizar suas ferramentas para resolver problemas. **Interpretar** matematicamente envolve refletir sobre soluções matemáticas e interpretá-las em um determinado contexto de problema. Inclui avaliar as soluções e os raciocínios matemáticos empregados e verificar se os resultados são razoáveis e fazem sentido naquela situação específica.

A definição de letramento matemático também procura empregar o conceito de *modelagem matemática*, que vem sendo um alicerce da avaliação matemática do PISA desde a edição de 2003. O modelo de letramento matemático na prática oferece uma visão geral sobre este constructo e como suas partes se relacionam.

Na parte mais externa da figura encontram-se problemas situados num mundo real que são categorizados em Conteúdos e Contextos. As categorias de Contexto podem ser de cunho Pessoal – quando envolvem desafios individuais ou relacionados aos seus pares; Social – focado em uma comunidade caráter local, nacional ou global; Ocupacional – centralizada no mundo do trabalho; ou Científico – relacionado ao uso da matemática no mundo natural ou

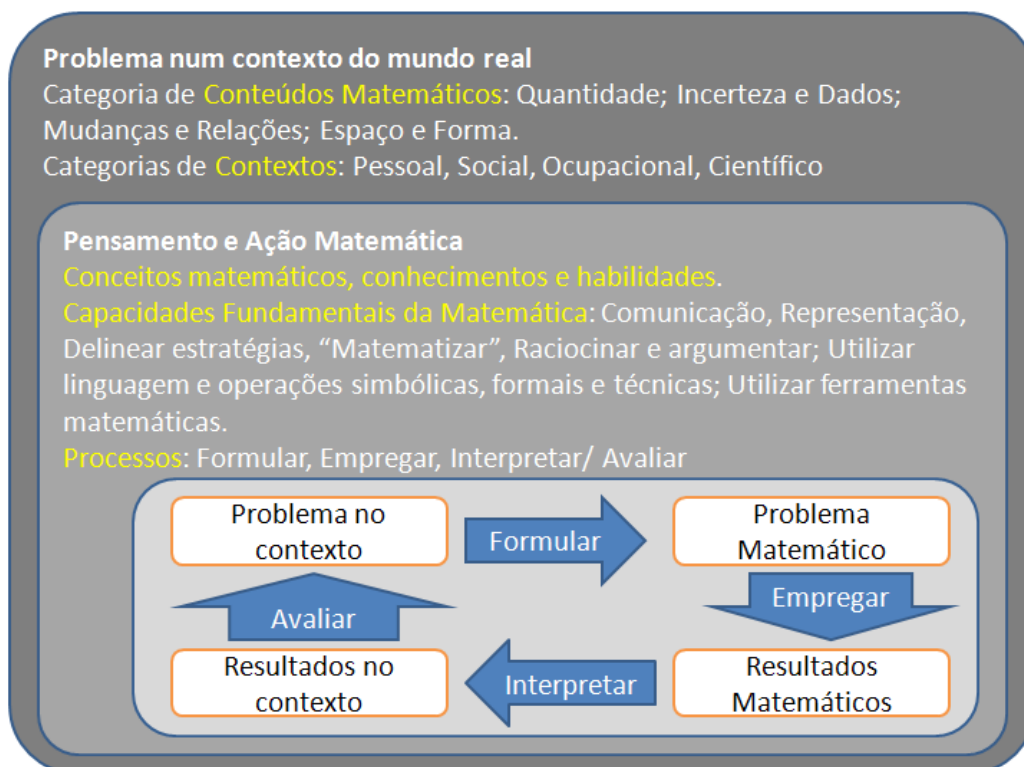
¹ As definições para as três áreas de conhecimento aqui presentes foram retiradas e traduzidas do documento PISA 2012 framework (OECD, 2013).

tecnológico. Com relação aos Conteúdos estes se encontram categorizados nas áreas de Quantidade, Incerteza e Dados ou Probabilidade; Mudanças e Relações; Espaço e Forma.

Um indivíduo quando trabalha na solução de um problema contextualizado ativa suas capacidades fundamentais da matemática simultaneamente e sucessivamente, recorrendo a conteúdos matemáticos até encontrar a solução. Nesse caso deverá se utilizar das Capacidades Fundamentais da Matemática, que o PISA estabelece como sendo as seguintes: Comunicação; “Matematização”; Representação; Razão e Argumentação; Delinear estratégias para resolver problemas; Utilizar linguagem e operações simbólicas, formal e técnica; e Utilizar ferramentas matemáticas.

Uma visão simplificada e idealizada do processo de modelagem matemática é observada no quadro mais interno da Figura 1. Ao se deparar com um ‘problema em determinado contexto’, o estudante com letramento matemático iria levantar seus aspectos matemáticos e **formular** a situação matematicamente de acordo com os conceitos e relacionamentos identificados, realizando suposições simples. Assim, o estudante transforma um ‘problema em determinado contexto’ em um ‘problema matemático’ passível de uma solução matemática. No próximo estágio ele **emprega** conceitos, ferramentas, procedimentos matemáticos para obter ‘resultados matemáticos’. Posteriormente estes resultados necessitam de **interpretação** nos termos do problema original inserido no contexto, colocam-se os ‘resultados no contexto’. No próximo passo esses resultados precisam ser **avaliados** em sua razoabilidade dentro daquele problema presente em determinado contexto. No PISA os processos de Formular, Empregar e Interpretar são centrais no ciclo de modelagem matemática e presentes nos indivíduos com letramento matemático.

Quadro 1 – Modelo de letramento matemático na prática



No contexto de uma prova avaliativa não é necessário que os estudantes realizem todos os processos conjuntamente, podem ser dados gráficos e outros tipos de representação para os quais os estudantes necessitam apenas utilizar sua capacidade interpretativa. Assim os itens da prova procuram avaliar esses processos isoladamente.

Quadro 2 – PISA 2012 – Escala de Proficiência de Matemática

Nível	Limite inferior de pontos	Características das atividades
6	669,3	No Nível 6, os estudantes são capazes de conceituar, generalizar e utilizar informações com base em suas investigações e em modelagem de situações-problema complexas. Conseguem estabelecer ligações entre diferentes fontes de informações e representações, e de transitar entre elas com flexibilidade. Os estudantes situados neste nível utilizam pensamento e raciocínio matemáticos avançados. São capazes de associar sua percepção e sua compreensão a um domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações. Os estudantes situados neste nível são capazes de formular e comunicar com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como de adequá-los às situações originais.
5	607,0	No Nível 5, os estudantes são capazes de desenvolver modelos para situações complexas e trabalhar com eles, identificando restrições e especificando hipóteses. Conseguem selecionar, comparar e avaliar estratégias adequadas de resolução de problemas para lidar com problemas complexos relacionados a esses modelos. Os estudantes situados neste nível são capazes de trabalhar estrategicamente, utilizando habilidades de pensamento e raciocínio abrangentes e bem desenvolvidas, representações conectadas de maneira adequada, caracterizações simbólicas e formais, e percepção relativa a essas situações. São capazes de refletir sobre suas ações e de formular e comunicar suas interpretações e seu raciocínio.
4	544,74	No Nível 4, os estudantes podem trabalhar de maneira eficaz com modelos explícitos para situações concretas complexas, que podem envolver restrições ou exigir formulação de hipóteses. São capazes de selecionar e integrar diferentes representações, inclusive representações simbólicas, relacionando-as diretamente a aspectos de situações da vida real. Nesses contextos, os estudantes situados neste nível são capazes de utilizar habilidades desenvolvidas e raciocínio, com flexibilidade e alguma percepção. São capazes de construir e comunicar explicações e argumentos com base em interpretações, argumentos e ações.
3	482,4	No Nível 3, os estudantes são capazes de executar procedimentos descritos com clareza, inclusive aqueles que exigem decisões sequenciais. Conseguem selecionar e aplicar estratégias simples de resolução de problemas. Os estudantes situados neste nível são capazes de interpretar e utilizar representações baseadas em diferentes fontes de informação e de raciocinar diretamente a partir delas. Conseguem desenvolver comunicações curtas que relatam interpretações, resultados e raciocínio.
2	420,1	No Nível 2, os estudantes são capazes de interpretar e reconhecer situações em contextos que não exigem mais do que inferência direta. São capazes de extrair informações relevantes de uma única fonte e de utilizar um modo simples de representação. Os estudantes situados neste nível conseguem empregar algoritmos, fórmulas, procedimentos ou convenções de nível básico. São capazes de raciocinar diretamente e de fazer interpretações literais dos resultados.
1	357,8	No Nível 1, os estudantes são capazes de responder a questões definidas com clareza, que envolvem contextos conhecidos, nas quais todas as informações relevantes estão presentes. Conseguem identificar informações e executar procedimentos rotineiros de acordo com instruções diretas em situações explícitas. São capazes de executar ações óbvias e dar continuidade imediata ao estímulo dado.
Abaixo de 1b		A OCDE não especifica as habilidades desenvolvidas

I.1 O DOMÍNIO DE MATEMÁTICA

As capacidades fundamentais da matemática são necessárias para que o estudante possua letramento na área, elas não são medidas diretamente na avaliação, mas estão presentes nos três aspectos relacionados em cada item: Processos Matemáticos, Conteúdo e Contexto.

I.2 Capacidades Fundamentais da Matemática

As capacidades cognitivas estão disponíveis ou podem ser desenvolvidas por indivíduos, a fim de compreender e interagir com o mundo de uma forma matemática, ou para resolver problemas. Como o nível de letramento matemático possuído por um indivíduo se incrementa, ele é capaz de desenvolver cada vez mais as capacidades fundamentais da matemática. Assim, acionar um número maior dessas capacidades matemáticas está relacionado com a crescente dificuldade do item. Esta observação tem sido usada como base nas descrições de diferentes níveis de proficiência de letramento matemático do PISA.

I.2.1 Comunicação

Letramento matemático envolve *comunicação*. O indivíduo percebe a existência de algum desafio e é estimulado a reconhecer e compreender uma situação-problema. Leitura, decodificação e interpretação de declarações, perguntas, tarefas ou objetos habilita o indivíduo a formar um modelo mental da situação, o que é um passo importante na compreensão, esclarecimento e formulação de um problema. Durante o processo de resolução, os resultados intermediários podem precisar ser resumidos e apresentados. Mais tarde, uma vez que uma solução tenha sido encontrada, o estudante pode precisar apresentar a solução de um problema, e talvez, uma explicação ou justificativa para outros.

I.2.2 “Matematizar”

Letramento matemático pode envolver transformação de um problema definido no mundo real para uma forma estritamente matemática (que pode incluir estruturação, conceituação, fazer suposições, e/ ou formulação de um modelo), ou interpretar ou avaliar um resultado matemático ou um modelo matemático em relação ao problema original. O termo “*matematizar*” é utilizado para descrever as atividades matemáticas fundamentais envolvidas.

I.2.3 Representação

Letramento matemático envolve muito frequentemente *representações* de objetos matemáticos e situações. Isto pode implicar a seleção, interpretação, tradução entre e usando uma variedade de representações para capturar uma situação, interagir com um problema, ou para apresentar o seu próprio trabalho. As representações podem incluir gráficos, tabelas, diagramas, figuras, equações, fórmulas, e materiais concretos.

I.2.4 Raciocínio e Argumentação

Uma habilidade matemática que é chamada em todas as diferentes fases (estágios) e atividades associadas com letramento matemático é conhecida como *raciocínio e argumentação*. Essa capacidade envolve processos de pensamento logicamente enraizados que exploram e vinculam elementos de problemas, de modo a fazer inferências a partir destes,

verificar uma justificativa que é dada, ou fornecer uma justificativa sobre uma afirmação ou soluções para problemas.

I.2.5 Delinear estratégia para Resolução de Problemas

Letramento matemático frequentemente requer o *delineamento de estratégias para resolução de problemas matemáticos*. Isso envolve um conjunto de processos críticos de controle que norteiam um indivíduo para efetivamente reconhecer, formular e resolver problemas. Esta habilidade é caracterizada como seleção ou delineamento de um plano ou estratégia de usar a matemática para resolver problemas decorrentes de uma tarefa ou contexto, bem como orientar a sua execução. Essa capacidade matemática pode ser exigida em qualquer das etapas do processo de resolução de problemas.

I.2.6 Uso de linguagem simbólica, formal e técnica, e operações

Letramento matemático requer o *uso de linguagem simbólica, formal e técnica, e operações*. Isso envolve compreensão, interpretação, manipulação, e fazer uso de expressões simbólicas dentro de um contexto matemático (incluindo expressões aritméticas e operações) regido por convenções e regras matemáticas. Isto também envolve compreensão e utilização de constructos formais baseados em definição, regras e sistemas formais e também utilizar algoritmos com estes conceitos. Os símbolos, regras e sistemas utilizados variam de acordo com qual conteúdo particular da matemática será necessário para uma específica tarefa de formular, resolver ou interpretar matemática.

I.2.7 Utilizar Ferramentas Matemáticas

Ferramentas Matemáticas compreendem instrumentos como os de medida, ou calculadoras e computadores. Esta habilidade envolve conhecer e estar apto para lidar com várias ferramentas que podem auxiliar na atividade matemática, bem como saber das limitações desses instrumentos. Ferramentas matemáticas também possuem um importante papel na comunicação dos resultados. A prova em computador amplia as possibilidades para os estudantes utilizarem ferramentas matemáticas.

I.3 Processos Matemáticos

I.3.1 Formular situações matematicamente

Formular, no contexto de letramento matemático, refere-se à capacidade do indivíduo reconhecer e identificar oportunidades para utilizar a matemática, providenciando estrutura matemática para resolução de um problema apresentado dentro de um contexto. Atividades relacionadas:

- identificar aspectos matemáticos e variáveis significativas em um problema situado num contexto real;
- reconhecer estruturas matemáticas em problemas ou situações
- simplificar uma situação ou problemas tornando-as tratáveis pela análise matemática;
- identificar suposições e restrições em modelagens e simplificações matemáticas retiradas de um contexto;
- representar uma situação matematicamente, utilizando as variáveis apropriadas, símbolos, diagramas e modelo padronizados;

- representar um problema de forma diferente, incluindo a organização deste de acordo com conceitos matemáticos e realização de suposições apropriadas;
- compreender e explicar as relações entre o contexto específico da linguagem de um problema e a linguagem simbólica e formal necessárias para sua representação matemática;
- traduzir um problema em linguagem ou representação matemática;
- e utilizar tecnologia para retratar uma relação matemática inerente de um problema contextualizado.

I.3.2 Empregar conceitos, fatos, procedimentos e raciocínio matemáticos

Empregar, no âmbito do letramento matemático, refere-se à capacidade dos indivíduos aplicarem conceitos, fatos, procedimento e raciocínio matemáticos para resolver problemas formulados matematicamente e obter conclusões. Neste processo, é necessário derivar resultados e encontrar soluções matemáticas, e são encontradas atividades como:

- elaborar e empregar estratégias para encontrar uma solução matemática;
- utilizar ferramentas matemáticas, incluindo a tecnologia, para encontrar soluções exatas ou aproximadas;
- aplicar fatos, regras, algoritmos e estruturas matemáticas quando encontrar soluções;
- manipular números, gráficos, informações e dados estatísticos, expressões e equações algébricas, e representações geométricas;
- elaborar diagramas, gráficos e outras construções matemáticas, extraíndo informação deles;
- utilizar e transitar através de diferentes representações no processo de encontrar soluções;
- realizar generalizações baseadas nos resultados de aplicação de procedimentos matemáticos para encontrar soluções;
- refletir sobre argumentos matemáticos, explicar e justificar resultados matemáticos.

I.3.3 Interpretar, aplicar e avaliar resultados matemáticos

A palavra 'interpretar' utilizada nesta definição foca na habilidade dos indivíduos refletirem sobre as soluções, resultados, conclusões e interpretações matemáticas em problemas presentes num contexto real. Isto requer transitar em raciocínios e soluções matemáticas e revê-los dentro de um problema inserido em determinado contexto, determinando se os resultados fazem sentido e são razoáveis. Algumas atividades relacionadas:

- interpretar um resultado matemático aplicado num contexto do mundo real;
- avaliar a razoabilidade de uma solução matemática num problema presente no mundo real;
- compreender como o mundo real impacta nos resultados e nos cálculos de um procedimento matemático visando julgamentos sobre como os resultados podem ser ajustados ou aplicados naquele contexto;
- explicar porque um resultado matemático faz ou não sentido dentro do contexto de um problema;
- compreender a extensão e os limites das soluções e conceitos matemáticos;
- e criticar e identificar os limites de um modelo utilizado na resolução de um problema.

I.3.4 Mudanças e relações

O mundo natural ou o mundo produzido pelo homem, possui uma série relações temporárias ou permanentes entre objetos e circunstâncias onde mudanças acontecem; em muitos casos isso pode envolver mudanças discretas em outras mudanças contínuas. Possuir letramento nesta subárea de matemática envolve compreender os tipos fundamentais de

mudança e reconhecer quando elas ocorrem de forma a se utilizar modelos matemáticos que possam descrever e prever a mudança. Matematicamente isto significa modelar estas mudanças e relações com funções e equações apropriadas, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas.

I.3.5 Espaço e Forma

Esta subárea compreende uma ampla gama de fenômenos que são encontrados em vários lugares e no mundo físico e visual: padrões; propriedade dos objetos; posição e orientação; representação dos objetos; codificação e decodificação de informação visual; interação dinâmica com formas reais bem como com suas representações. Geometria pode ser considerada uma área base para Espaço e Forma, mas esta categoria vai além do conteúdo tradicional da geometria, utilizando-se recursos de outras áreas matemáticas como visualização espacial, medida e álgebra.

I.3.6 Quantidade

A noção de quantidade está presente na quantificação de atributos de objetos, a compreensão dessas quantificações e julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. É necessária a compreensão de medidas, contagem, grandezas, unidades, indicadores e tamanho relativo. O raciocínio quantitativo é a essência da área de quantidade e é necessária a compreensão da múltipla representação de números, cálculo mental e computacional, estimativa e avaliação da razoabilidade de resultados, por exemplo.

I.3.7 Incertezas e Dados

Em ciências, em tecnologias e na vida cotidiana, a incerteza está presente. A incerteza é, portanto, um fenômeno central na análise matemática de muitas situações-problema, e a teoria de probabilidade e estatística bem como as técnicas de representação e descrição de dados foram criadas para lidar com elas. A categoria de conteúdo de Incerteza e Dados inclui reconhecer o lugar da variação nos processos, tendo em conta a quantificação dessa variação, o reconhecimento da incerteza e do erro na medida, e conhecimento das probabilidades. Isso também inclui formar, interpretar e avaliar conclusões tiradas em situações onde a Incerteza é aspecto central. A apresentação e a interpretação dos dados são conceitos-chaves nesta categoria.

I.4 Contexto e Situações

O Contexto no qual o item é apresentado não possui uma escala específica de proficiência, essa classificação é importante para garantir melhor distribuição dos itens na composição da prova, bem como dirigir a solicitação de elaboração de item.

I.4.1 Pessoal

Neste rol de contexto encontram-se problemas que se relacionam diretamente com as atividades cotidianas dos estudantes, família, ou colegas. Tratam essencialmente da maneira como um problema matemático afeta diretamente o indivíduo e como o indivíduo percebe o

contexto do problema. Podem incluir problemas relacionados a preparação de comidas, compras, jogos, saúde pessoal, transporte, e finanças pessoais, entre outros.

I.4.2 Ocupacional

Basicamente são contextos relacionados ao mundo do trabalho. Os itens da prova podem envolver atividades como medir, ordenar e calcular materiais para construção; regras de pagamento de trabalho; controle de qualidade; decisões profissionais, dentre outras possibilidades desde que acessíveis e condizentes com a condição do estudante de 15 anos de idade.

I.4.3 Social

Os itens classificados nesta área possuem foco em uma comunidade (local, nacional ou global), eles podem envolver sistemas de votação, transporte público, governo, políticas públicas, demografia, e economia e estatísticas regionais. Os estudantes devem resolver os problemas dentro de uma perspectiva comunitária e coletiva.

I.4.4 Científico

A área científica apresenta itens relacionados a aplicação da matemática no mundo natural e tópicos voltados a ciência e tecnologia. Contextos particulares podem incluir (mesmo não sendo limitado a eles) temas como clima, ecologia, medicina, genética, medidas e o mundo da matemática isoladamente.